Capítulo 3-Conceito de tensão

- Objetivo: Apresentar os elementos fundamentais utilizados na mecânica dos sólidos

- Justificativa: imprescindível para a descrição físico-matemática clássica dos fenômenos que ocorrem nos corpos submetidos a um estado de forças

3.1 Introdução

Os corpos sólidos podem ser deformáveis ou indeformáveis.

• Em **corpos indeformáveis**, a distância relativa **"ds"** entre pontos não é alterada; nesses casos diz-se que o corpo sofreu apenas um movimento de corpo rígido, vide nas figuras 3.1 e 3.2

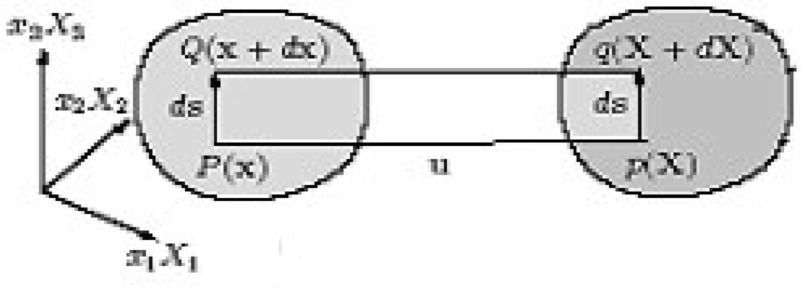


Figura 3.1-Translação Pura

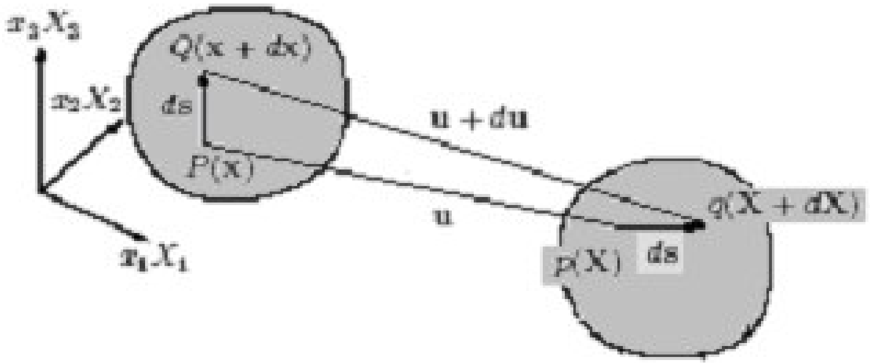


Figura 3.2 -Translação + rotação

3.1 Introdução

• Em **corpos deformáveis**, a distância relativa **"ds"** entre pontos sofre alteração, passando para **"dS"**; nesses casos, além dos movimentos de corpo rígido, existem os movimentos adicionais devido à mudança de forma do corpo, vide na figura 3.3.

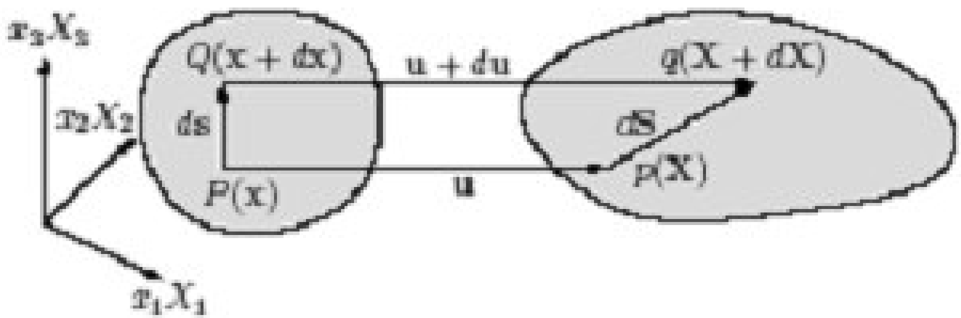


Figura 3.3- Movimentos em corpos deformáveis

3.2 Natureza das forças

Os corpos podem estar submetidos a **forças de natureza externa** (volumétricas ou de superfície) e **interna.**

- **Forças externas de superfície** são aplicadas diretamente sobre o corpo através de um superfície de contato, vide figura 3.4

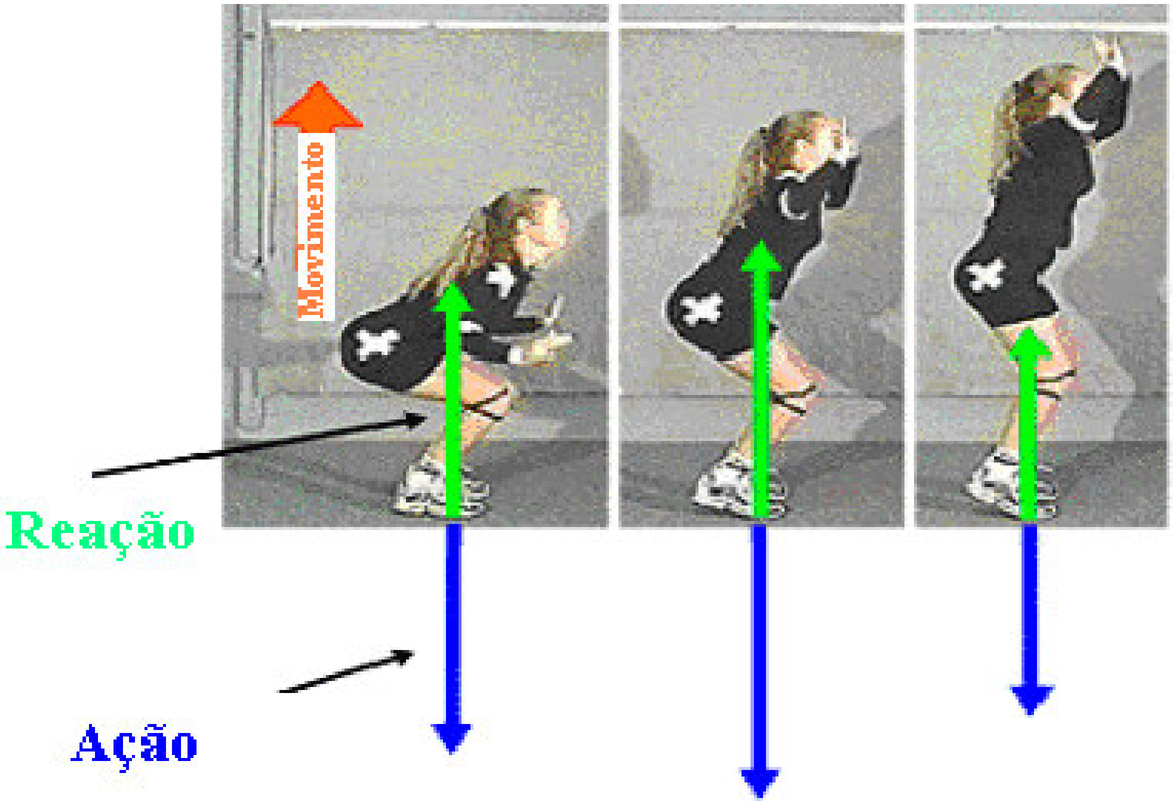


Figura 3.4- Forças de superfície

3.2 Natureza das forças

- **Forças externas volumétricas** aplicadas à distância pela ação de um campo, por ex., gravitacional, elétrico, magnético, vide figura 3.5.

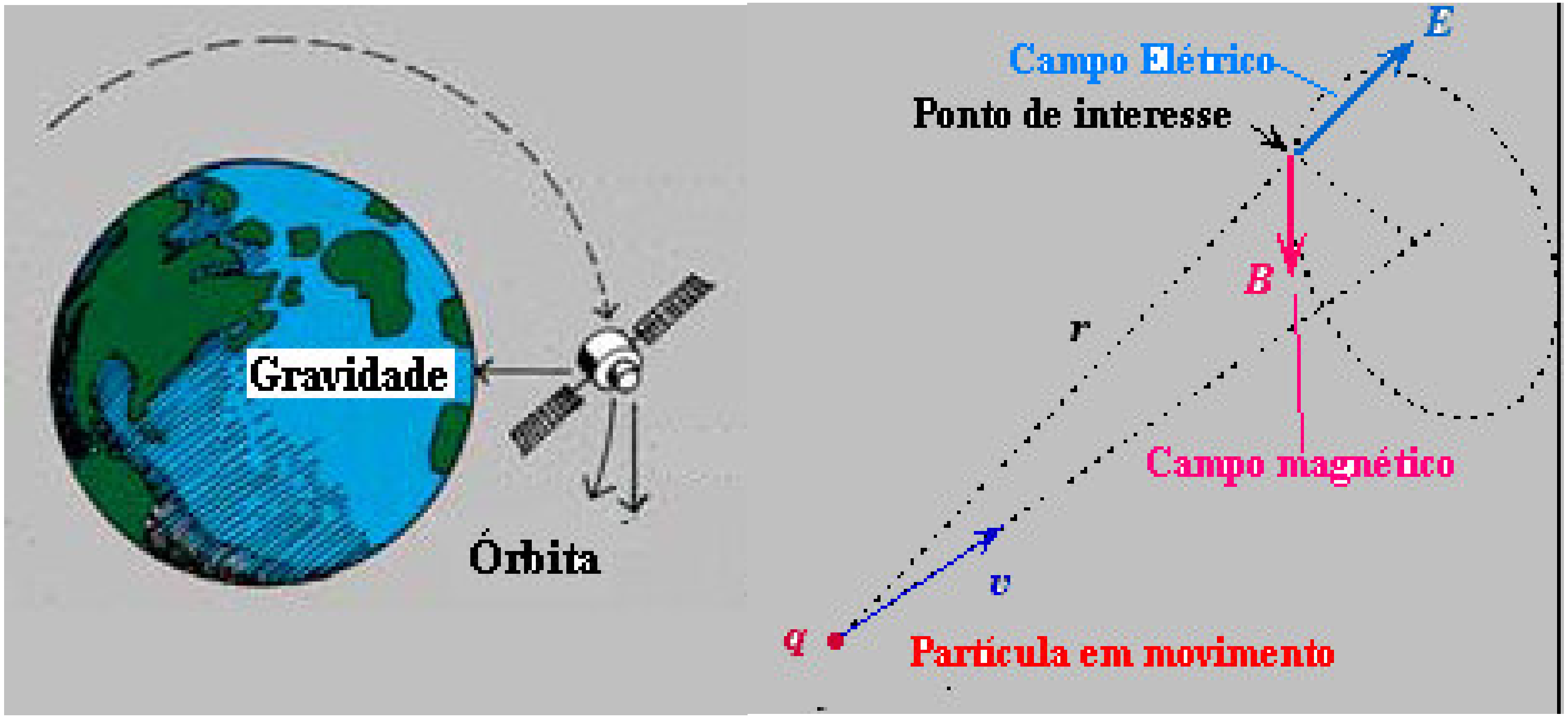


Figura 3.5- Forças Volumétricas

3.2 Natureza das forças

- Se o domínio de um corpo for seccionado em uma ou mais regiões, as forças de interação entre essas regiões são ditas **forças internas,** vide figura 3.6.

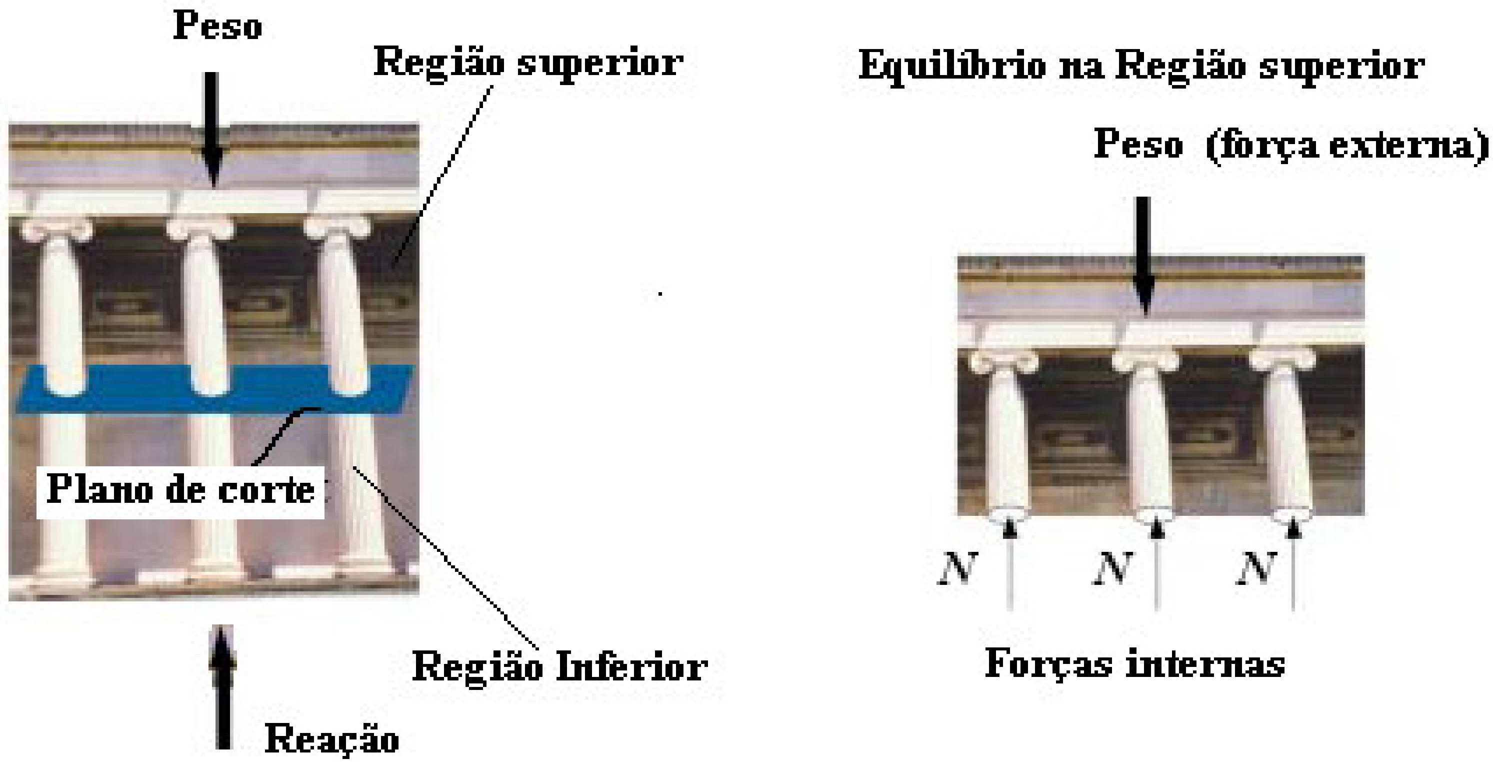
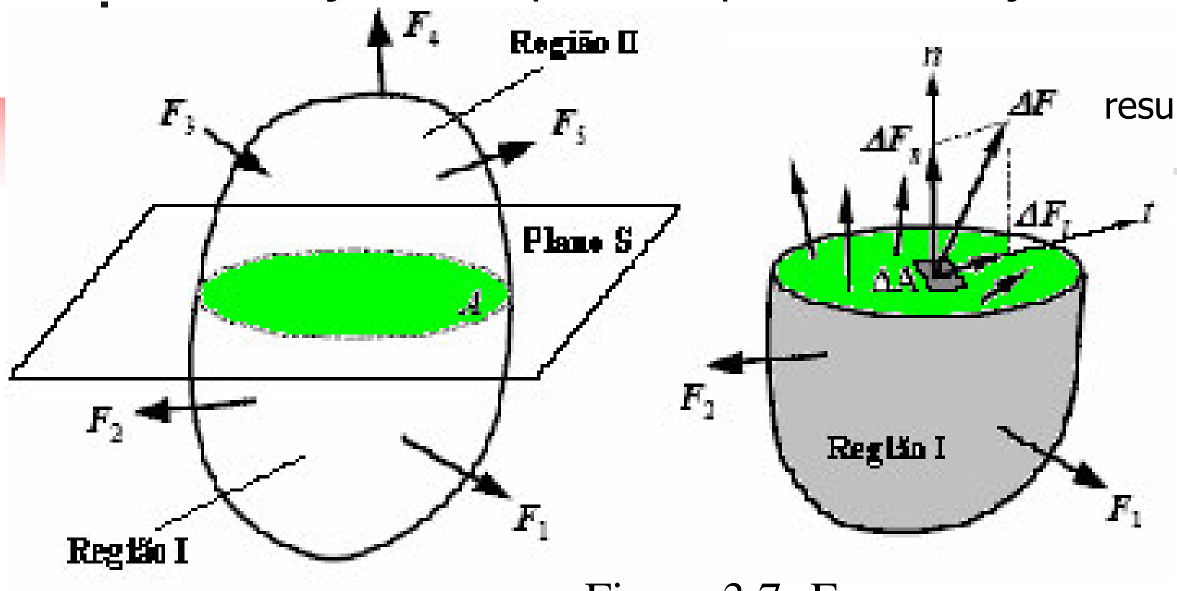


Figura 3.6- Forças internas

Como as forças internas interagem diretamente por intermédio de uma superfície, elas são forças de superfície

3.3 Conceito de tensão

Seja um corpo em equilíbrio sob ação de forças externas, figura 3.7



resultante de força na região ΔA

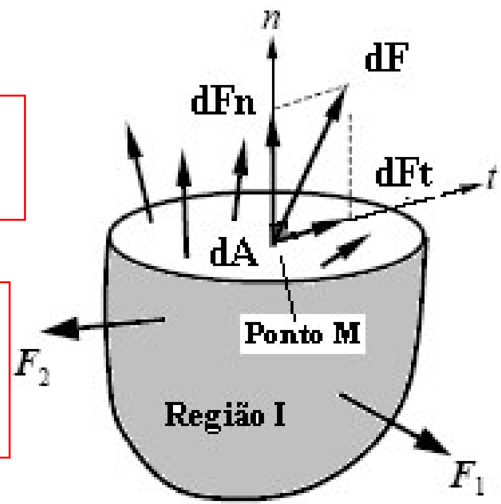
Força distribuída média

$$\rho_{media} = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

Figura 3.7- Forças no corpo e na região ΔA

- Quando $\Delta A \rightarrow dA$, a região ΔA torna-se diferencial, o ponto M.

- Assim, as forças que atuam nessa região tornam-se também diferenciais,isto é, dF, dF_n ,df_t.



Vetor tensão

$$\rho = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

Figura 3.8- Forças no corpo e no ponto M

3.4 Decomposição do vetor tensão

(em um plano arbitrário)

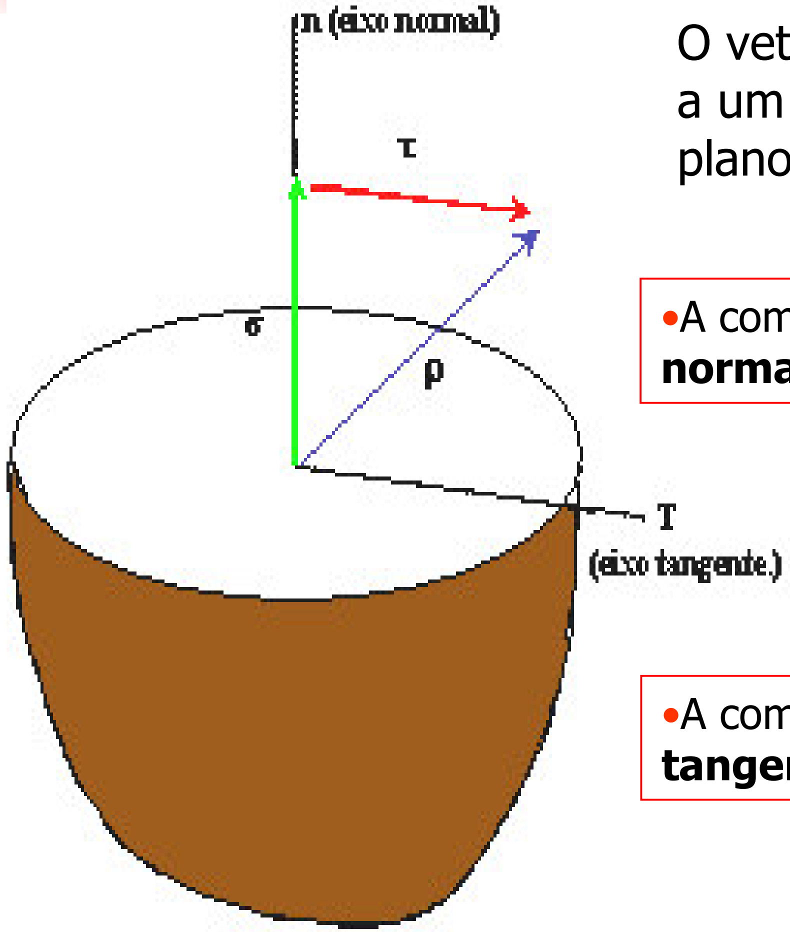


Figura 3.9- Tensões normais e cisalhantes

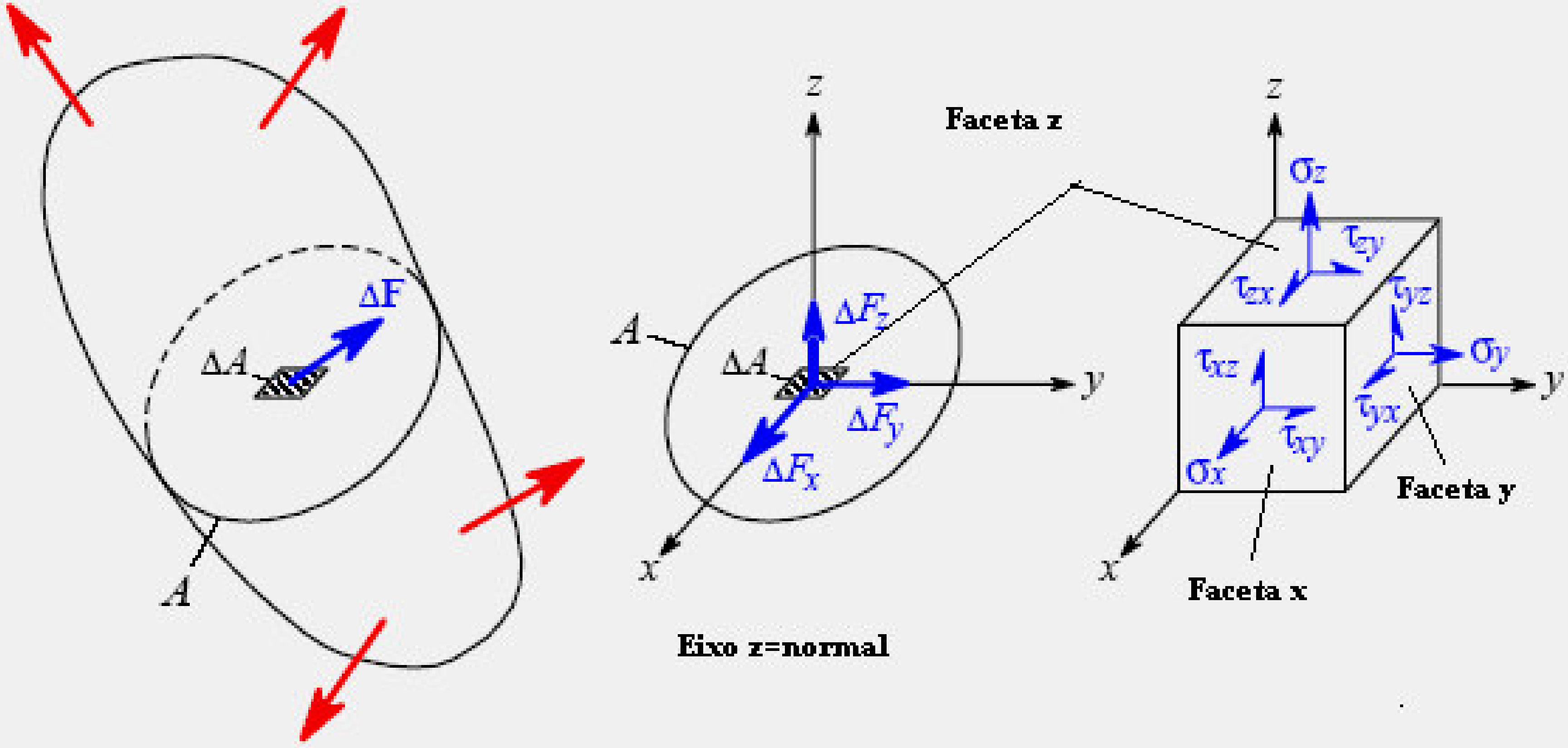
O vetor tensão ρ pode ser decomposto segundo a um eixo normal ou a um eixo tangencial ao plano "S", vide figura 3.9.

- A componente normal de "ρ" é denominada **tensão normal** "σ";

- A componente tangencial de "ρ" é denominada **tensão tangencial ou cisalhante** "τ";

3.4 Decomposição do vetor tensão

(segundo eixos de referência global, vide figura 3.10)



Definição de tensões na faceta z

$$\sigma_z = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta A} = \frac{dF_z}{dA}, \quad \tau_{zx} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta A} = \frac{dF_x}{dA}, \quad \tau_{zy} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_y}{\Delta A} = \frac{dF_y}{dA}$$

Figura 3.10- Tensões normais e cisalhantes no sistema de global de referência

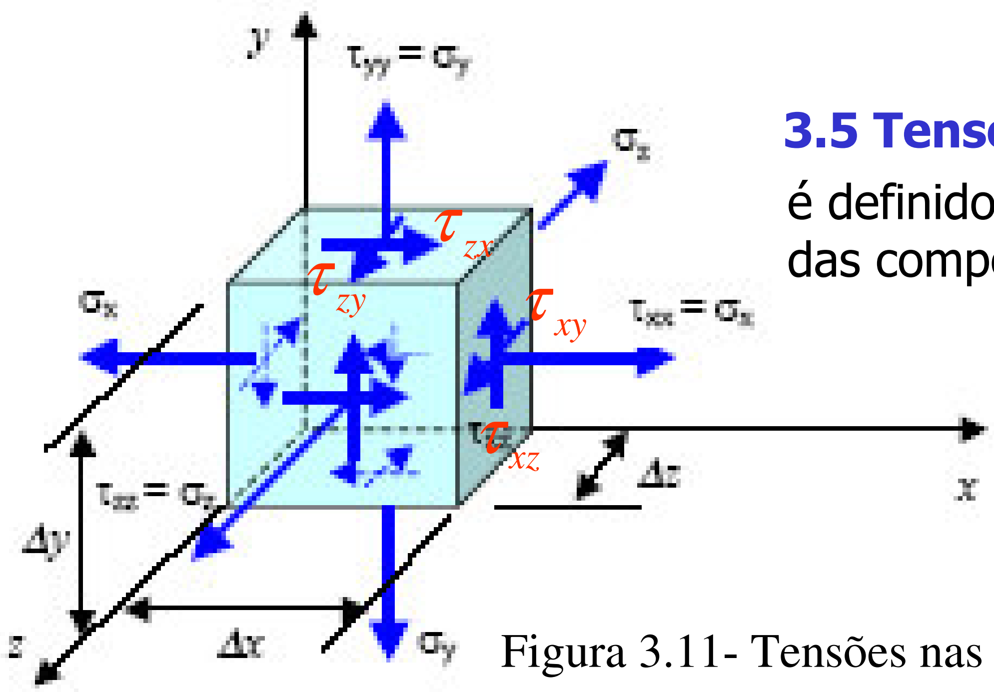


Figura 3.11- Tensões nas faceta do cubo

3.5 Tensor de tensão

é definido como a representação matricial das componentes de tensão

$$[T]=\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

3.6 Convenções de sinais e simetria no tensor de tensões

Fazendo-se o balanço de momentos da forças no cubo, vide figura 3.11, tem-se:

$$\Sigma M(\text{eixo } z)=0 \Longrightarrow \tau_{xy}(dydz)dx-\tau_{yx}(dxdz)dy=0 \Longrightarrow \boxed{\tau_{xy}=\tau_{yx}}$$

Por analogia: $\tau_{xz}=\tau_{zx}$ $\quad$ $\tau_{yz}=\tau_{zy}$

Daí, resulta em:

$$[T]=\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$